Quantum Computing

Chao Liang

School of Computer Science
Wuhan University

Lecture 11: Course Review

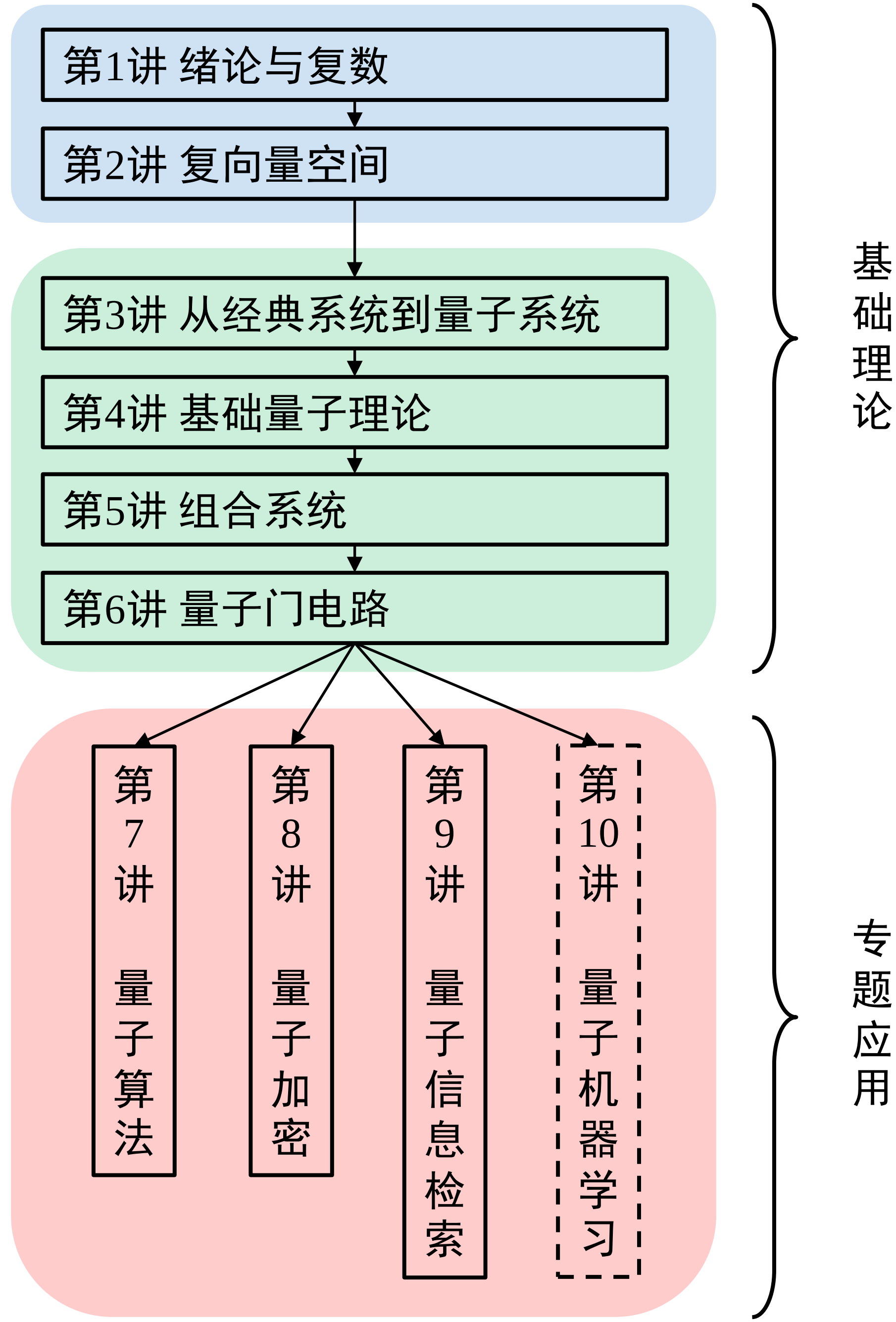
1

Review

- Introduction & Complex Number
- Complex Vector Space
- The Leap from Classic to Quantum
- Basic Quantum Theory
- Composite System
- Quantum Gates
- Quantum Algorithm
- Quantum Cryptography
- Quantum Information Retrieval

Outline

- Math
- Physics
- Computer



Lecture 1: Introduction and Complex Number

- Introduction to quantum computing
  - History
  - Particle-wave duality
  - Superposition
  - Quantum computer vs. classic computer

Lecture 1: Introduction and Complex Number

- Complex number
  - Motivation and definition
  - The algebra property
    - Ordered pair representation
    - Addition and multiplication
    - Commutativity, associativity and distributive law
    - Subtraction and division
    - Modulus
    - Conjugate
  - The Geometry property
    - Cartesian and polar representation
    - Benefits of polar representation
    - Cartesian-to-polar and polar-to-Cartesian representation

Lecture 2: Complex Vector Space

- Complex number
  - Transpose, conjugate, adjoint
  - Matrix multiplication
  - Linear map
- Basis and dimension
  - Change of basis
- Inner product and Hilbert space
  - Inner product, norm and distance

Lecture 2: Complex Vector Space

- Hermitian matrix
  - Properties and physical meaning
    - $\langle \mathbf{A}\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \rangle = \langle \boldsymbol{v}, \mathbf{A}\boldsymbol{w} \rangle$
    - For a Hermitian matrix, its all eigenvalues are real
    - For a Hermitian matrix, distinct eigenvectors that have distinct eigenvalues are orthogonal
    - Every self-adjoint operator can be represented as a diagonal matrix

Lecture 2: Complex Vector Space

- Unitary matrix
  - Properties and physical meaning
    - Unitary matrices preserve inner products $\langle \mathbf{U}\boldsymbol{v}, \mathbf{U}\boldsymbol{w} \rangle = \langle \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \rangle$
    - Unitary matrices preserve norm $|\mathbf{U}\boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{v}|$
    - Unitary matrices preserve distance $\mathrm{d}(\mathbf{U}\boldsymbol{v}, \mathbf{U}\boldsymbol{w}) = \mathrm{d}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w})$
    - The modulus of eigenvalues of unitary matrix is 1
    - Unitary matrix is the transition matrix from a orthonormal basis to another orthonormal basis

Lecture 3: The Leap from Classic to Quantum

- Classic deterministic systems
  - Deterministic state
  - Deterministic dynamic: Boolean adjacency matrix
- Probabilistic systems
  - Probabilistic state
  - Stochastic dynamics: (doubly) stochastic matrix
  - Example 1: the stochastic billiard ball
  - Example 2: probabilistic double-slit

Lecture 3: The Leap from Classic to Quantum

- Quantum systems
  - Interference
  - Quantum state
  - Quantum dynamics: unitary matrix
  - Example 1: the quantum billiard ball
  - Example 2: double-slit experiment
  - Particle-wave duality
  - Superposition and measurement

Lecture 3: The Leap from Classic to Quantum

■ Comparisons of three systems

		Classical Deterministic system	Probabilistic System	Quantum System
State		$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, x_3]^T$ $x_i \in \mathbb{N}$	$\boldsymbol{x} = [p_1, p_2, p_3]^T$ $p_i \in [0, 1], \ \sum_i p_i = 1$	$\boldsymbol{x} = [c_1, c_2, c_3]^T$ $c_i \in \mathbb{C}, \ \sum_i \lvert c_i \rvert^2 = 1$
Dynamics	**Graph**	exactly one arrow leaving each vertex	several arrows shooting out of each vertex with probabilistic weights	several arrows shooting out of each vertex with complex weights
	Matrix	Boolean adjacency matrix	Doubly stochastic matrix	Unitary matrix whose modulus squares is a doubly stochastic matrix

Lecture 4: Basic Quantum Theory

- Quantum states
  - Quantum superposition states
  - Case 1: position on a line
  - Case 2: single-particle spin system (source: QMTM)
    - Stern-Gerlach experiment
    - Two SG apparatus (Flipped 180^0, 90^0, arbitrary angle)
    - Representing spin states (along z-, x-, and y-axis)
  - Complex/probability/transition amplitudes

Lecture 4: Basic Quantum Theory

- Observables & measuring
  - Observable & Measuring
  - Classic physics vs. quantum physics
  - The principles (source: QMTM)
    - The observable or measurable quantities of quantum mechanics are represented by linear operators $\mathbf{\Omega}$.
    - The possible results of a measurement are the eigenvalues of the operator that represents the observable
    - Unambiguously distinguishable states are represented by orthogonal vectors
    - If $|\psi\rangle$ is the state-vector of a system, and the observable $\mathbf{\Omega}$ is measured, the probability to observe value λ_i is $p(\lambda_i) = |\langle\lambda_i|\psi\rangle|^2 = \langle\psi|\lambda_i\rangle\langle\lambda_i|\psi\rangle$

Lecture 4: B

$$|\psi\rangle \underset{\mathfrak{U}[t_0]^\dagger}{\overset{\mathfrak{U}[t_0]}{\rightleftarrows}} \mathfrak{U}[t_0]|\psi\rangle \underset{\mathfrak{U}[t_1]^\dagger}{\overset{\mathfrak{U}[t_1]}{\rightleftarrows}} \mathfrak{U}[t_1]\mathfrak{U}[t_0]|\psi\rangle \underset{\mathfrak{U}[t_2]^\dagger}{\overset{\mathfrak{U}[t_2]}{\rightleftarrows}} \mathfrak{U}[t_2]\mathfrak{U}[t_1]\mathfrak{U}[t_0]|\psi\rangle$$

$$\rightleftarrows \cdots \rightleftarrows \mathfrak{U}[t_{n-1}]\mathfrak{U}[t_{n-2}]\cdots\mathfrak{U}[t_0]|\psi\rangle. \qquad (4.94)$$

- Observables & measuring (cont.)
  - Expected value of observing
  - Multiple step observing
- Dynamics
  - The principle (cont.)
    - The evolution of a quantum system (that is not a measurement) is given by a unitary operator or transformation
  - Features of quantum dynamics
  - Preview of quantum computation
  - Schrödinger equation

Lecture 5: Composite System

- Tensor product of vector space
  - Definition
  - Properties
    - Tensor product allows "parallel action":

$$(\mathbf{A} \times \boldsymbol{v}) \otimes (\mathbf{B} \times \boldsymbol{w}) = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) \times (\boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{w})$$

- Assembling systems
  - Assembling classical probabilistic system
  - Tensor product of state vectors
  - Operator matrices

Lecture 5: Composite System

- Assembling quantum system
  - The principle
    - two independent quantum systems $\mathcal{Q}$ and $\mathcal{Q}'$, represented respectively by the vector spaces $\mathbb{V}$ and $\mathbb{V}'$. The quantum system obtained by merging $\mathcal{Q}$ and $\mathcal{Q}'$ will have the tensor product $\mathbb{V} \otimes \mathbb{V}'$ as a state space.
  - Entanglement and entangled states
- 世纪之争
  - EPR佯谬
  - Bell不等式： $|P_{xz} - P_{zy}| \leqslant 1 + P_{xy}$

Lecture 6: Quantum Gates

- Bits and qubits
  - Definitions: bit and qubit
  - Relation between bit and qubit
  - Definitions: byte and qubyte
  - Vector representation of qubits
- Classical gates
  - NOT gate, AND gate, OR gate, NAND gate
  - 功能完备与通用门
  - Sequential and Parallel Operations

Lecture 6: Quantum Gates

- Reversible Gates
  - Motivation
  - Controlled-NOT gate, Toffoli gate, Fredkin gate
- Quantum Gates
  - Definition
  - Geometric representation
  - Phase shift gate, Controlled-U gate, Deutsch gate
  - No-Clone Theorem

Lecture 7: Quantum Algorithm

- Deutsch's algorithm
  - The Deutsch oracle problem
  - Reversible and irreversible operators
  - Deutsch's algorithm
  - Discussion
    - Why efficient? Superposition
    - Why effective? Within/between differences
- Deutsch-Jozsa algorithm

Lecture 8: Quantum Cryptography

- Classic cryptography
  - Basic concepts
  - Symmetric cryptography
    - Diffie-Hellman Key distribution
  - Asymmetric cryptography
- Quantum key exchange
  - The BB84 protocol
  - The B92 protocol
  - The EPR protocol

Lecture 8: Quantum Cryptography

- Quantum teleportation
  - Definition
  - Bell basis and its quantum circuit
  - Quantum teleportation protocol
  - 超光速通讯不可行

Review

■ 课程结构

表 1　量子计算课程结构

方向	次序	主题	定位
数 学	第 1 讲	绪论与复数	理论基础
	第 2 讲	复向量空间	
物 理	第 3 讲	从经典系统到量子系统	
	第 4 讲	基础量子理论	
	第 5 讲	组合系统	
计算机	第 6 讲	量子门电路	
	第 7 讲	量子算法	专题应用
	第 8 讲	量子加密	
	第 9 讲	量子信息	
	第 10 讲	量子编程语言	
	第 11 讲	量子计算机	

表格来源：梁超， 王浩冰， 张寒子逸，面向计算机专业的量子计算课程教学探索，计算机教育，第1期，130-138页，2022.

Remind

- Course project
  - Time sensitive (strict DDL)
  - Contribution/novelty
  - Properly use ChatGPT
- Teaching evaluation
  - True opinions & suggestions
    - Teaching, TA, homework, project, rules, ….

Reward List of QC 2024

日期	学号	姓名	错误来源	页码	错误信息	修改方案	确认人	确认时间	确认状态
2024年2月28日	2022300004012	丁子宜	讲义	5		1改-1	助教	2024年2月28日	已修改
2024年2月28日	2022300004012	丁子宜	讲义	10		n改θ	助教	2024年2月28日	已修改
2024年2月28日	2021300004049	魏一攀	讲义	6	Definition 1.3 Hence, ordinary real numbers can be identified with pairs $(a, 0)$ $a \mapsto (a, b)$	b改0	助教	2024年2月28日	已修改
2024年2月28日	2023300003047	舒心	讲义	6		b改bi	助教	2024年2月28日	已修改
2024年3月6日	2022302111417	吴予锐	讲义	22					
2024年3月6日	2022300004012	丁子宜	讲义	12					
2024年3月6日	2023300003047	舒心	讲义	15					
2024年3月6日	2023300003047	舒心	讲义	16					
2024年3月13日	2022302191668	张烨	课件	第二讲.17					
2024年3月13日	2022302191668	张烨	课件	第一讲.28					
2024年3月20日	2022300004071	侯嘉琪	讲义	12					
2024年3月20日	2022300004071	侯嘉琪	讲义	12					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	课件	第一讲，6					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	28					
2024年3月20日	2022300004028	龚仁杰	讲义	14					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	28					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	31					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	21					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	10					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	21					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	14					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	19					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	22					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	29					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	15					
2024年3月20日	2022300004012	丁子宜	讲义	15					
2024年3月24日	2022302011017	曹喆	群里讨论、解答	第三讲8页	该处的B				
2024年3月24日	2022300004028	龚仁杰	群里讨论、解答	第三讲8页	Boolean				
2024年3月27日	2022300004013	吴晗	讲义	36	The state of complex weights				
2024年3月27日	2022300004013	吴晗	讲义	38	apparatus gives				
2024年3月27日	2022300004013	吴晗	讲义	39	particle shown				
2024年3月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	37					
2024年3月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	39					
2024年3月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	36					
2024年3月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	36					
2024年3月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	36					
2024年3月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	41					
2024年3月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	43					
2024年3月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	44					
2024年3月30日	2022300004012	丁子宜	作业	1					
2024年4月3日	2022300004013	吴晗	课件	4.22					
2024年4月3日	2022300004012	丁子宜	课件	4.26					
2024年4月3日	2022300004012	丁子宜	课件	4.11					

2024年4月3日	2022300004012	丁子宜	课件	4.15	Spin is a intrinsic property (内禀性) Discrete spin states (no intermediate)	改为an	助教	2024年4月10日	已确认
2024年4月3日	2022300004012	丁子宜	课件	1.11	Addition It add pairs componentwise	改为adds	助教	2024年4月10日	已确认
2024年4月3日	2022300004012	丁子宜	课件	2.36	For any Cauchy sequence	改为exists	助教	2024年4月10日	已确认
2024年4月13日	2022300004013	吴晗	讲义	4.35	For example, $\|u\rangle$ and $\|d\rangle$ can be distinguished by	by 后面内容缺失	助教	2024年6月4日	已驳回
2024年4月13日	2022300004072	李震韬	课件	4.18		经与讨论后认为，将红框中	助教	2024年6月4日	已确认
2024年4月16日	2022302011017	曹喆	群里讨论、解答		在群里解答了同学的问题		助教	2024年6月4日	已确认
2024年4月16日	2022302021216	欧阳乐霖	群里讨论、解答				助教	2024年6月4日	已确认
2024年4月17日	2022300004012	丁子宜	课件	5.20	Each particle is allow only two points	改为“allows”	助教	2024年6月4日	已确认
2024年4月17日	2022300004012	丁子宜	课件	5.35		改为“哪”	助教	2024年6月4日	已确认
2024年4月24日	2022300004012	丁子宜	讲义	47		改为which	助教	2024年6月4日	已确认
2024年4月24日	2022300004012	丁子宜	讲义	49		改为OR	助教	2024年6月4日	已确认
2024年4月24日	2022300004012	丁子宜	讲义	49		改为NAND	助教	2024年6月4日	已确认
2024年4月24日	2022300004012	丁子宜	讲义	50		改为⊗	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月7日	2022302111132	李书纬	实验手册	20		改：$\frac{\theta}{2}$删去	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	讲义	54		改为The AND gate can be c	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	作业解答	2.2		改为u	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	作业解答	2.3		改为 (A×A')⊗(B×B')	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	作业解答	2.4		添加 =c₁'	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	作业解答	2.4		改为⊗	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	作业解答	2.6		删去u	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	作业解答	2.8		删去=0	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	作业解答	2.8		删去-或+π	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月8日	2022300004012	丁子宜	作业解答	2.8		改为｜=0	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月11日	2020302111108	王威	实验手册	17	“预期概率”“预期振幅”表述不清	部分振幅应改为概率	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月11日	2020302111108	王威	实验手册	19		前引号更正	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月11日	2022302111037	董墨楚	实验手册	44		在第二个CCX0,1,2→4门后面	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月14日	2022302111417	吴予锐	实验手册	39	6.3.2 放大假电路的一种解决方法	改为放大机电路	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月14日	2022302111417	吴予锐	实验手册	40		6.10改为0	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月14日	2022302111417	吴予锐	实验手册	41		预言机中非门应两边对称，	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月14日	2022302111417	吴予锐	实验手册	44		预言机种非门两端对称，使	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月16日	2022300002019	赵晨浩	作业	3		将此种形式的phi修改至和题	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月18日	2020302111018	王威	作业	3.2、3.7		Toffili应该为Toffoli	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月21日	2022300004012	丁子宜	课件	7.56	Kronecker product Hadmard gate for two qubits	改为Hadamard	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月22日	2022312111140	陈沅昕	作业	6		建议标示高位在左或是高位	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	62		改为protocol	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	65		改为sends	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	69		改为2	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	70		改为qubit	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	70		改为｜0>	助教	2024年6月4日	已确认
2024年5月29日	2022300004012	丁子宜	讲义	72		改为makes	助教	2024年6月4日	已确认
2024年6月5日	2022300004012	丁子宜	课件	8.2	Deutsch's algorithm Deutsch's orcal problems	改为oracle	助教	2024年6月5日	已确认
2024年6月5日	2021302011035	侯文宇	作业	2		QCCS改为QMTM	助教	2024年6月5日	已确认

Source: https://docs.qq.com/sheet/DYk9pWUVVVVdHcFVT?tab=BB08J2&_t=1718123775117

Remind

- 最后考核
  - DDL: 2 weeks from now
  - 竞赛/纠错途径: Word
  - 报告途径: Word + video (B站)
- 请帮忙评教！ (5%)

Thanks

- Thanks to …
  - My TAs
  - Every student

- Contact
  - Phone: 151-0278-2502
  - E-mail: cliang@whu.edu.cn
  - Office: South 606, Undergraduate building